



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ

Departamento de Ciências Agrárias e Ambientais – DCAA

Disciplina: Metodologia e Estatística Experimental

EXPERIMENTOS FATORIAIS

Docente: José Cláudio Faria

Discentes: Beatriz Seibert, Daniel Dórea e Sônia Santos

2022.1

INTRODUÇÃO

- **Experimentos simples:**

Tratamentos compostos por um fator.

Ex: Cultivares, doses de produtos, etc;

- **Experimentos fatoriais:**

Tratamentos compostos por uma combinação de fatores

(qualitativos e quantitativos).

Ex: Combinação dos cultivares + adubação;

EXPERIMENTOS FATORIAIS

- Não constituem um delineamento, são formas de montar e analisar experimentos;
- Podem ser executados em qualquer um dos delineamentos (DIC, DBC, DQL, etc);
- Nesse tipo de análise, são estudados simultaneamente dois ou mais fatores. São mais eficientes do que os experimentos simples, com um só conjunto de tratamentos, permitindo retirar conclusões mais abrangentes;

EXPERIMENTOS FATORIAIS

- Têm como objetivo principal, reconhecer como diversos fatores influenciam simultaneamente uma determinada variável e sua interação.

DEFINIÇÕES

- **Tratamentos** – São as combinações dos níveis dos fatores;
- **Níveis** – São as subdivisões dos fatores (quantidade e qualidade);
- **Fatores** – São as fontes de variação reconhecidas, por exemplo:
Como uma planta de milho cresce em função de diferentes quantidades de N e P?

ESQUEMA FATORIAL

- Forma de organizar os níveis de fatores que compõem o tratamento;
- Experimentos que levam em consideração 2 ou mais fatores de forma simultânea;
- Possui como objetivo principal conhecer como diversos fatores influenciam simultaneamente uma determinada variável.

ESQUEMA FATORIAL

Assim, em um experimento com dois fatores A e B, onde o fator A tem 3 níveis (a_1, \dots, a_3) e o fator B tem 4 níveis (b_1, \dots, b_4), teremos, então, um fatorial 4×3 e os tratamentos, resultantes de todas as combinações possíveis, são:

$a_1 b_1$	$a_1 b_2$	$a_1 b_3$	$a_1 b_4$
$a_2 b_1$	$a_2 b_2$	$a_2 b_3$	$a_2 b_4$
$a_3 b_1$	$a_3 b_2$	$a_3 b_3$	$a_3 b_4$

SIMBOLOGIA

Genótipos de laranja

3¹

x

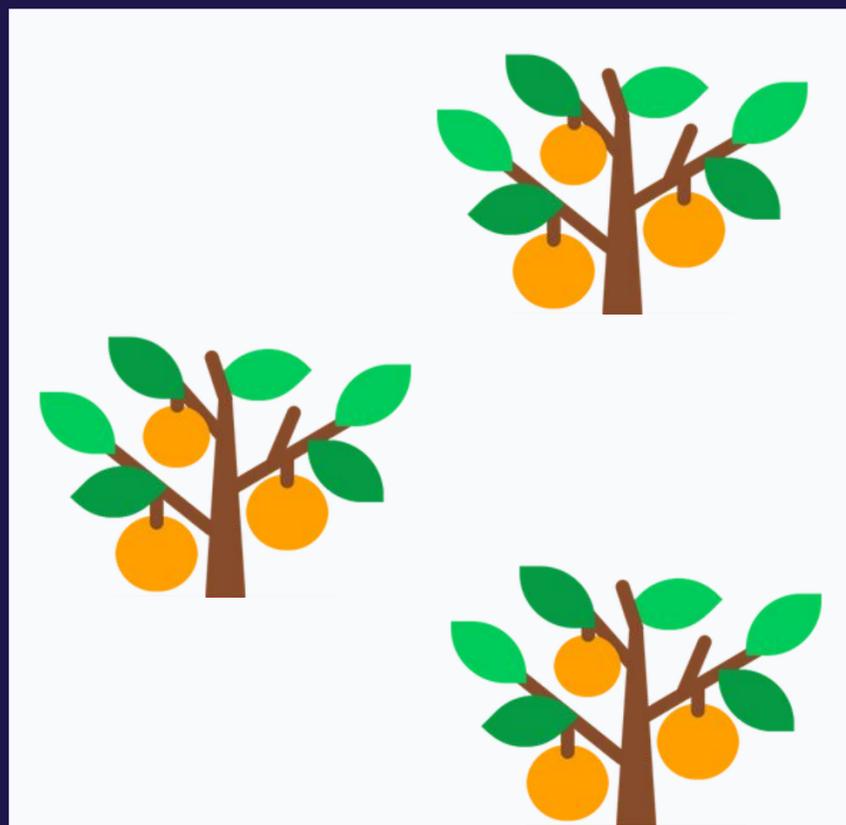
Espaçamento

2¹

x

Doses de Nitrogênio

5¹



NOTAÇÃO GENÉRICA

(Nível) fatores

Exemplo: 3^4

3 níveis e 4 fatores

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ tratamentos

NOTAÇÃO GENÉRICA

Exemplos de notação:

- $3^1 \times 2^2$ – 3 fatores:

3 níveis de um fator

2 níveis de dois fatores – totalizando 12 tratamentos.

- $4^2 \times 3^2$ – 4 fatores

4 níveis de dois fatores

3 níveis de três fatores – totalizando 144 tratamentos.

- $4^1 \times 2^4$ – 5 fatores:

4 níveis de um fator

2 níveis de quatro fatores – totalizando 64 tratamentos.

COMPARATIVO

VANTAGEM

Sistema muito eficiente

DESVANTAGENS

Análise estatística mais trabalhosa

Grande número de tratamentos

CLASSIFICAÇÃO DOS EFEITOS

- **Efeito simples** – As respostas de um fator não são similares para todos os níveis do outro fator;
- **Efeito principal** – É o efeito de cada fator independentemente da influência de outros fatores;
- **Efeito da interação** – Efeito simultâneo dos fatores sobre a variável observada. Ocorre interação quando a resposta, ou efeitos, dos níveis de um fator são modificados pelos níveis do(s) outro(s) fator(es).

EFEITO SIMPLES DE UM FATOR

Exemplo: considerando um fatorial 2x2, com os fatores: Adubação (A) e Calcário (C):

•Adubação:

A_0 = sem adubo

A_1 = com adubo

•Calcário:

C_0 = sem calcário

C_1 = com calcário

A_0C_0 : sem adubo, sem calcário = 14

A_0C_1 : sem adubo, com calcário = 23

A_1C_0 : com adubo, sem calcário = 32

A_1C_1 : com adubo, com calcário = 53

	C_0	C_1	Totais de A
A_0	14	23	37
A_1	32	53	85
Totais de C	46	76	122

EFEITO SIMPLES DE UM FATOR

	C ₀	C ₁	Totais de A
A ₀	14	23	37
A ₁	32	53	85
Totais de C	46	76	122

Efeito simples de Adubo na ausência de Calcário:

$$A \text{ d. } C_0 = A_1 C_0 - A_0 C_0 = 32 - 14 = 18$$

Efeito simples de Adubo na presença de Calcário:

$$A \text{ d. } C_1 = A_1 C_1 - A_0 C_1 = 53 - 23 = 30$$

Efeito simples de Calcário na ausência de Adubo:

$$C \text{ d. } A_0 = A_0 C_1 - A_0 C_0 = 23 - 14 = 9$$

Efeito simples de Calcário na presença de Adubo:

$$C \text{ d. } A_1 = A_1 C_1 - A_1 C_0 = 53 - 32 = 21$$

EFEITO PRINCIPAL DE UM FATOR

$$\text{Efeito principal de A} = \frac{\text{Ad.C}_0 + \text{Ad.C}_1}{2} = \frac{18 + 30}{2} = 24$$

$$\text{Efeito principal de C} = \frac{\text{Cd.A}_0 + \text{Cd.A}_1}{2} = \frac{9 + 21}{2} = 15$$

EFEITO DA INTERAÇÃO

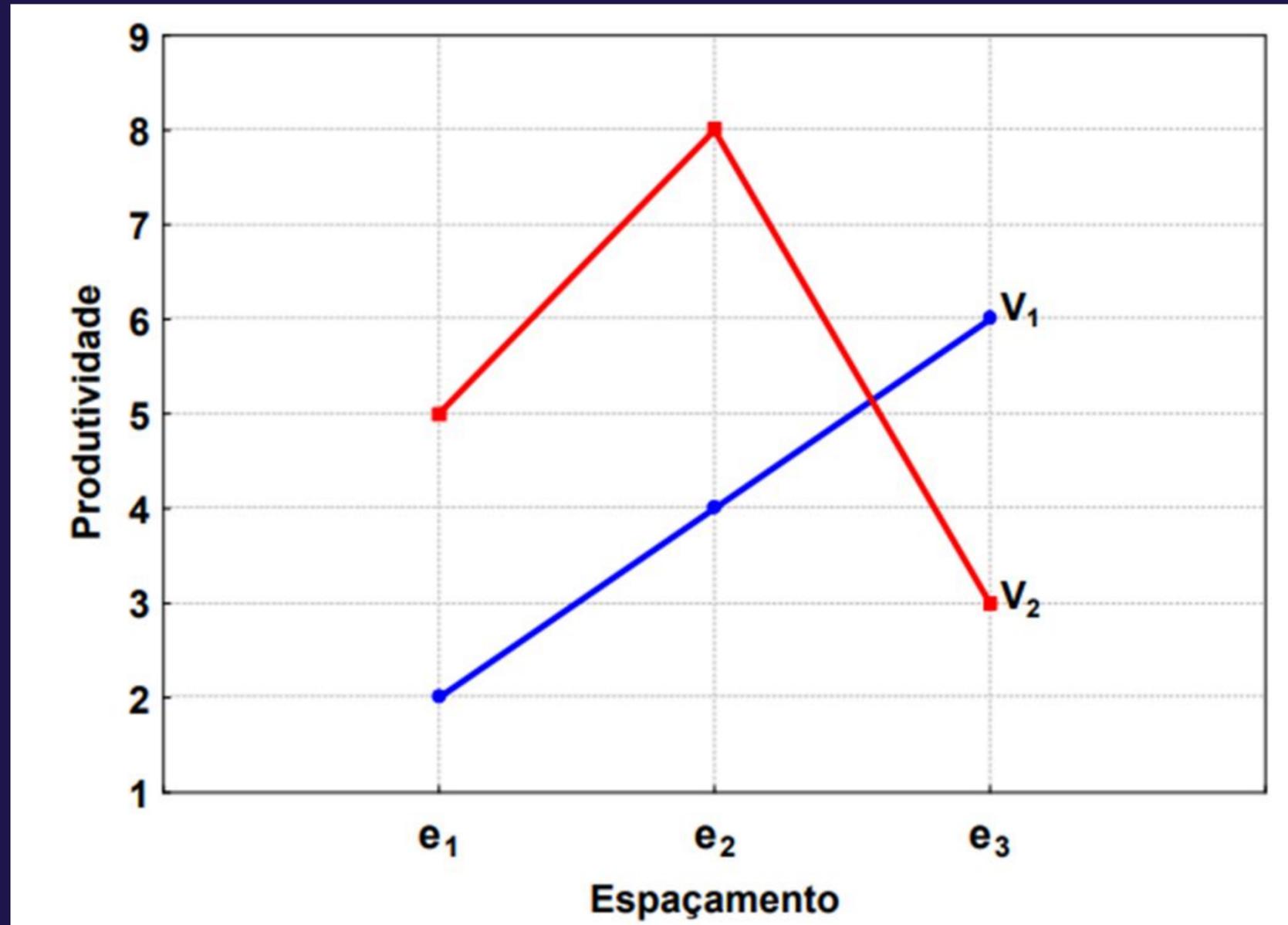
$$\text{Efeito da interação A x C} = \frac{\text{Ad.C}_1 - \text{Ad.C}_0}{2} = \frac{30 - 18}{2} = 6$$

$$\text{Efeito da interação C x A} = \frac{\text{Cd.A}_1 - \text{Cd.A}_0}{2} = \frac{21 - 9}{2} = 6$$

INTERAÇÃO

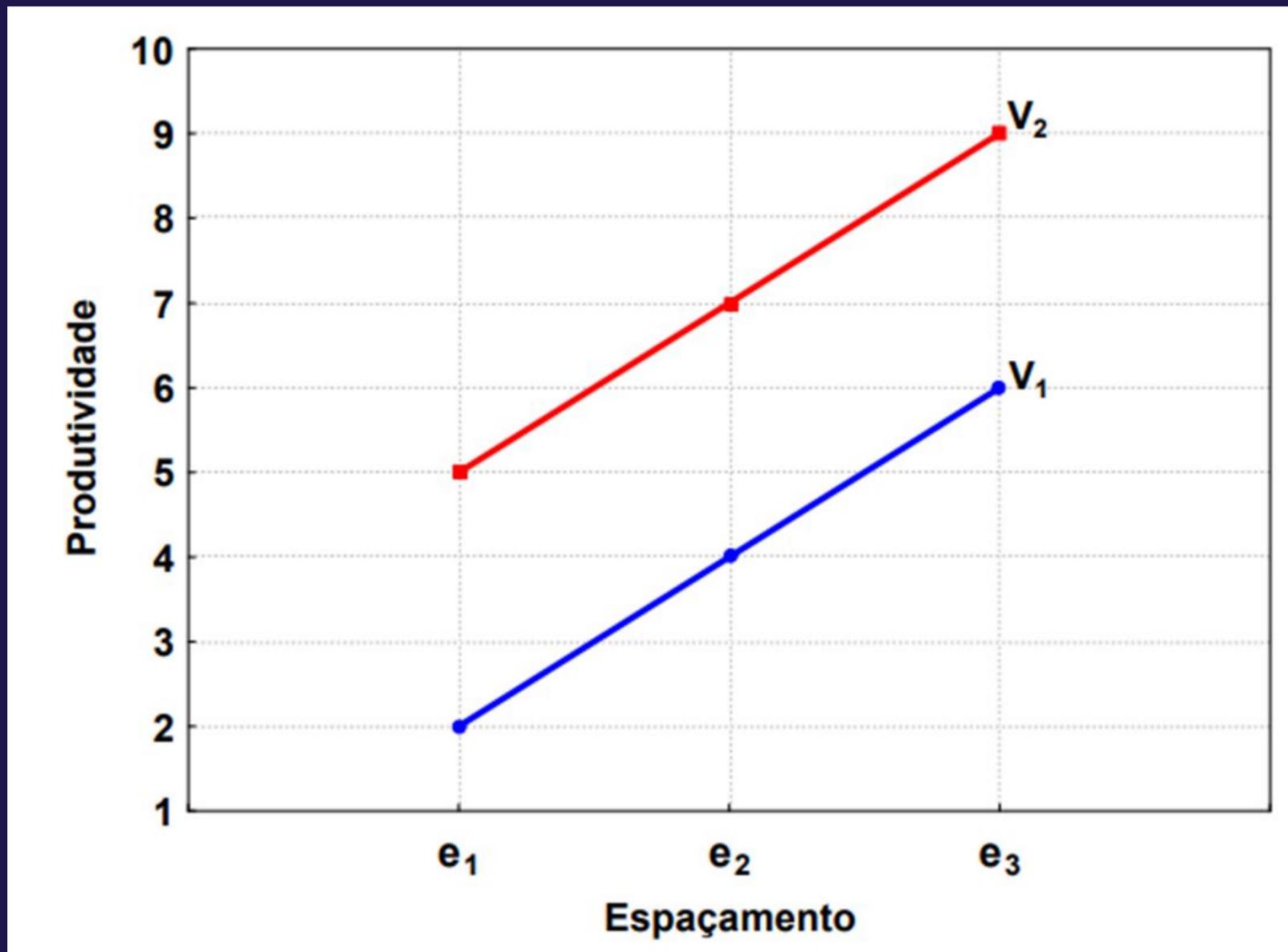
- Uma das principais informações que se pode obter nos experimentos fatoriais é o estudo da interação entre os fatores, isto é, ocorre interação entre os fatores quando os efeitos dos níveis de um fator são modificados pelos níveis de outro(s);
- Na análise de dados de um experimento fatorial, para qualquer delineamento utilizado, deve-se sempre proceder inicialmente o teste F para a interação entre os fatores;
- A interação pode ser significativa ou não significativa.

INTERAÇÃO SIGNIFICATIVA



O experimento pode ter interação significativa quando não tem o mesmo comportamento dos níveis de um fator em detrimento ao nível de outro fator.

INTERAÇÃO NÃO SIGNIFICATIVA



O experimento pode ter interação não significativa quando tem o mesmo comportamento dos níveis de um fator em detrimento ao nível de outro fator.

MODELO ESTATÍSTICO NO DIC

$$Y_{ijk} = m + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

Y_{ijk} = observação relativa ao nível do fator A e ao nível do fator B na repetição k

m = média geral

α_i = efeito do fator A

β_j = efeito do fator B

$\alpha\beta_{ij}$ = efeito da interação entre o fator A e o fator B

e_{ijk} = erro aleatório associado à observação Y_{ijk}

EXPERIMENTOS FATORIAIS EM DIC (Interação não significativa)

Em um experimento fatorial (3x2) é avaliado o número de insetos em 3 cultivares de tomate com dois manejos de desbrota. O experimento foi conduzido no delineamento inteiramente casualizado com 4 repetições.

- **Perguntas a serem respondidas:**
- Há cultivares mais afetadas pelos insetos?
- Há manejos que possibilitam menor número de insetos?
- Há um comportamento diferencial das cultivares em função dos manejos em relação ao número de insetos?

EF - DIC

Fator A	Fator B	Repetições				Soma
		1	2	3	4	
Cultivar 1	Manejo 1	81	73	79	84	317
Cultivar 2	Manejo 1	93	92	94	88	367
Cultivar 3	Manejo 1	77	77	67	69	290
Cultivar 1	Manejo 2	35	45	39	45	164
Cultivar 2	Manejo 2	52	56	46	47	201
Cultivar 3	Manejo 2	33	33	37	33	136
Total						1475

$$C = \frac{(1475)^2}{24} = 90651,04$$

$$SQ_{tratamento} = \frac{317^2 + 367^2 + \dots + 136^2}{4} - C = 10616$$

Causa da variação	GL	SQD	QMD	FCAL
Tratamentos	5	10616		
A	2	1281	640,8	36,4
B	1	9322	9322	528,9
AXB	2	13,1	6,5	0,37
Resíduo	18	317,3	17,6	
Total	23	10934		

$$SQ_{total} = \frac{81^2 + 73^2 + \dots + 33^2}{1} - C = 10934$$

EF - DIC

Fator A	Soma
Cultivar 1	481
Cultivar 2	568
Cultivar 3	426
Total	1475

Fator B	Soma
Manejo 1	974
Manejo 2	501
Total	1475

$$SQA = \frac{481^2 + 568^2 + 426^2}{8} - C = 1281$$

$$SQB = \frac{974^2 + 501^2}{12} - C$$

Causa da variação	GL	SQD	QMD	FCAL
Tratamentos	5	10616		
A	2	1281	640,8	36,4
B	1	9322	9322	528,9
AXB	2	13,1	6,5	0,37
Resíduo	18	317,3	17,6	
Total	23	10934		

$$SQAXB = SQ_{trat} - SQA - SQB$$

EF - DIC

Causa da variação	GL	SQD	QMD	Fcal	Ftab
Tratamentos	5	10616			
A	2	1281	640,8	36,4	3,5
B	1	9322	9322	528,9	4,41
AXB	2	13,1	6,5	0,37	3,55
Resíduo	18	317,3	17,6		
Total	23	10934			

($\alpha = 5\%$)

Teste de hipóteses:

H_0 : Não há diferença entre as cultivares em relação ao número de insetos.

H_a : Pelo menos uma cultivar difere das demais em relação ao número de insetos.

rejeita

H_0 : Não há diferença entre os manejos em relação ao número de insetos.

H_a : O manejo influencia no número de insetos.

rejeita

H_0 : Não há interação entre cultivares e os manejos para o número de insetos.

aceita

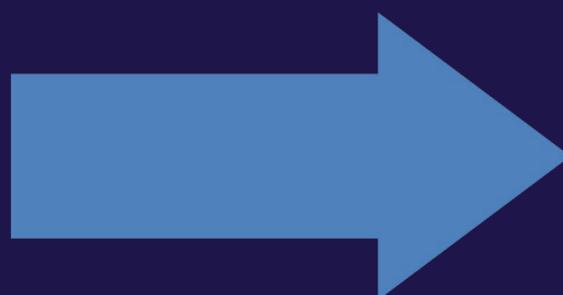
H_a : Há interação entre as cultivares e os manejos para o número de insetos.

CONCLUSÃO

- Não existe interação entre as cultivares e os manejos. Isto significa que o comportamento de um fator não depende ou não é influenciado pelos níveis do outro fator, sendo portanto independentes. Neste caso os fatores podem ser estudados isoladamente.

TUKEY APLICADO PARA O FATOR A (CULTIVAR)

Fator A	Media
Cultivar 1	60,13
Cultivar 2	71,00
Cultivar 3	53,25



Fator A	Media
Cultivar 2	71,00
Cultivar 1	60,13
Cultivar 3	53,25

$$DMS = q(\alpha, n^{\circ} \text{ medias}, GL_{\text{residuo}}) \sqrt{\frac{QM_{\text{res}}}{n^{\circ} \text{ rep}}}$$



$$DMS = 3,61 \sqrt{\frac{17,6}{8}} = 5,35$$

Fator A	Media
Cultivar 2	71,00
Cultivar 1	60,13
Cultivar 3	53,25

a

b

c

TUKEY APLICADO PARA O FATOR B (MANEJO)

Fator B	Média
Manejo 1	81,17
Manejo 2	68,42

$$DMS = 2,97 \sqrt{\frac{17,6}{12}} = 3,60$$

Fator B	Média
Manejo 1	81,17
Manejo 2	68,42

a

b

EF - DBC

O delineamento em blocos casualizado (DBC) envolve os três princípios da experimentação:

- Repetição;
- Casualização;
- Controle local;

Neste caso, as condições locais não são homogêneas e podem ter efeito significativo sobre os tratamentos.

MODELO ESTATÍSTICO NO DBC

$$Y_{ijk} = m + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + b_k + e_{ijk}$$

Y_{ijk} = é o valor observado para a variável de resposta referente a k-ésima repetição da combinação do i-ésimo nível do fator A com o j-ésimo nível do fator B

m = é a média de todos os valores possíveis da variável de resposta

α_i = é o efeito do i-ésimo nível do fator A no valor observado Y_{ijk}

β_j = é o efeito do j-ésimo nível do fator B no valor observado Y_{ijk}

$(\alpha\beta)_{ij}$ = é o efeito da interação do i-ésimo nível do fator A com o j-ésimo nível do fator B

b_k = é o efeito do bloco k no valor observado Y_{ijk}

e_{ij} = é o erro experimental associado ao valor observado Y_{ijk}

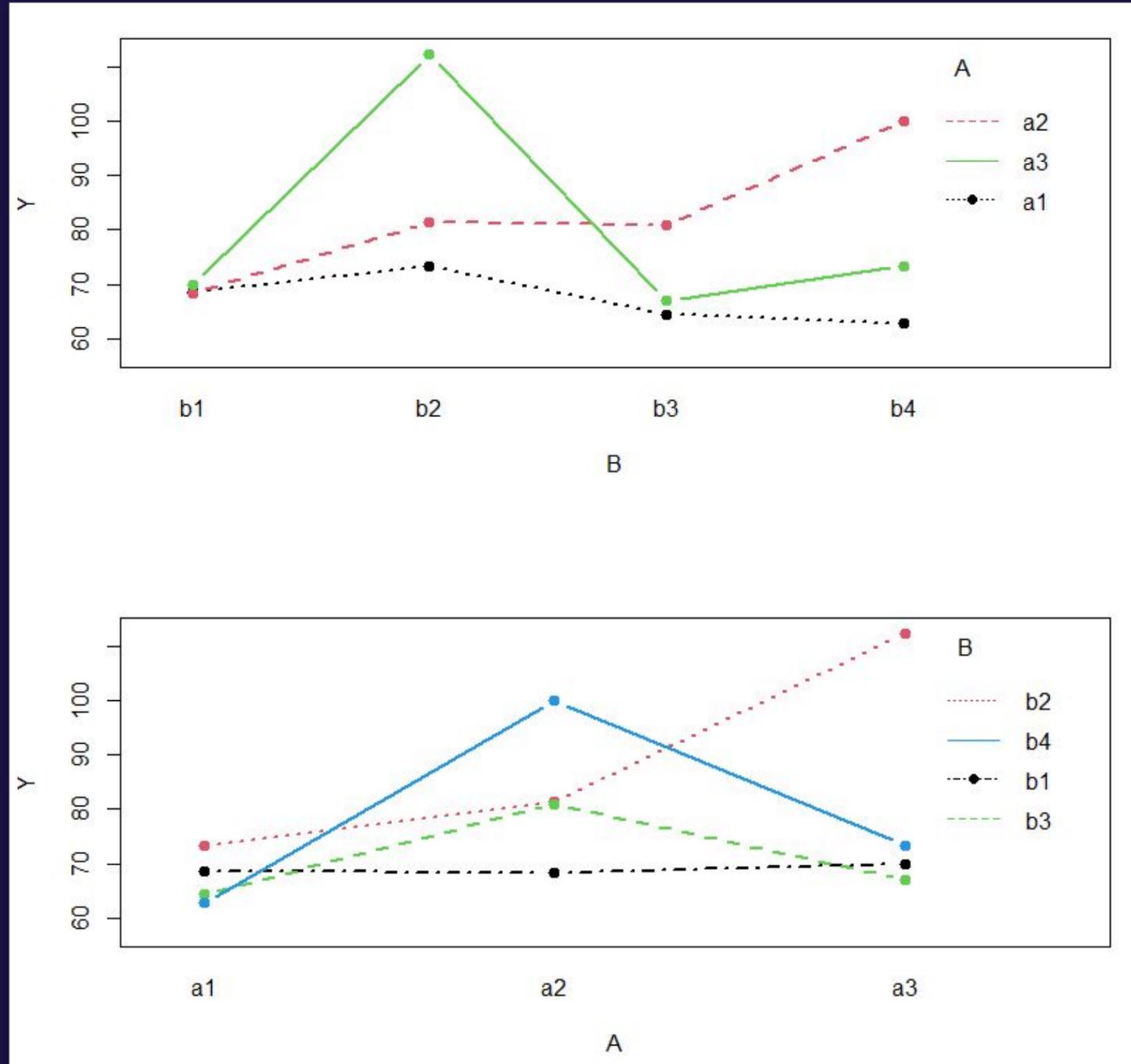
EF - DBC

Exemplo:

Em um experimento fatorial (3x4) são avaliados 3 cultivares de milho e a sua resposta a 4 tipos de manejos. O experimento foi conduzido pelo delineamento em blocos casualizados com 3 repetições.

Dados e gráfico da interação

Fator A	Fator B	Bloco			Soma
		1	2	3	
Cultura 1	Manejo 1	66	64	76	206
Cultura 1	Manejo 2	70	67	83	220
Cultura 1	Manejo 3	63	61	69	193
Cultura 1	Manejo 4	57	60	71	188
Cultura 2	Manejo 1	68	59	78	205
Cultura 2	Manejo 2	74	80	90	244
Cultura 2	Manejo 3	76	80	87	243
Cultura 2	Manejo 4	92	100	108	300
Cultura 3	Manejo 1	68	69	73	210
Cultura 3	Manejo 2	112	112	113	337
Cultura 3	Manejo 3	70	60	71	201
Cultura 3	Manejo 4	75	66	79	220
Total					2767



Hipóteses e ANOVA

H_0 : Não há interação entre cultivares e os manejos para a produtividade.

H_a : Há interação entre as cultivares e os manejos para a produtividade.

H_0 : Não há diferença entre as cultivares quanto a produtividade.

H_a : Pelo menos uma cultivar difere das demais em relação à produtividade.

H_0 : Não há diferença entre os manejos em relação a produtividade.

H_a : O manejo influencia na produtividade.

Causa de variação	GL	SQD	QMD	F_{cal}	Pr
Tratamento	(11)	7495,0			
A	2	1686,7	843,25	56,81	<0.001
B	3	2244,8	748,25	50,40	<0.001
AxB	6	3563,5	593,92	40,01	<0.001
Bloco	2	722,7	361,36	24,34	<0.001
Resíduo	22	326,6	14,85		
Total	35	10.934			

ANOVA

Fator A	Fator B	Bloco			Soma
		1	2	3	
Cultura 1	Manejo 1	66	64	76	206
Cultura 1	Manejo 2	70	67	83	220
Cultura 1	Manejo 3	63	61	69	193
Cultura 1	Manejo 4	57	60	71	188
Cultura 2	Manejo 1	68	59	78	205
Cultura 2	Manejo 2	74	80	90	244
Cultura 2	Manejo 3	76	80	87	243
Cultura 2	Manejo 4	92	100	108	300
Cultura 3	Manejo 1	68	69	73	210
Cultura 3	Manejo 2	112	112	113	337
Cultura 3	Manejo 3	70	60	71	201
Cultura 3	Manejo 4	75	66	79	220
Total					2767

$$C = (2767)^2 / 36 = 212.674,69$$

$$SQ_{\text{tratamento}} = \frac{206^2 + 220^2 + \dots + 220^2}{3} - C = 7495,0$$

$$SQ_{\text{bloco}} = \frac{891^2 + 897^2 + 998^2}{12} - C = 722,7$$

$$SQ_{\text{total}} = \frac{66^2 + 64^2 + \dots + 79^2}{1} - C = 10.934,0$$

Causa de variação	GL	SQD	QMD	F _{cal}	Pr
Tratamento	(11)	7495,0			
A	2	1686,7	843,25	56,81	<0.001
B	3	2244,8	748,25	50,40	<0.001
AxB	6	3563,5	593,92	40,01	<0.001
Bloco	2	722,7	361,36	24,34	<0.001
Resíduo	22	326,6	14,85		
Total	35	10.934			

ANOVA

Fator A	Soma
Cultura 1	807
Cultura 2	992
Cultura 3	968
Total	2767
Fator B	Soma
Manejo 1	621
Manejo2	801
Manejo 3	637
Manejo 4	708
Total	2767

$$C = (2767)^2 / 36 = 212.674,69$$

$$SQA = \frac{807^2 + 992^2 + 968^2}{12} - C = 1686,7$$

$$SQB = \frac{621^2 + 801^2 + 637^2 + 708^2}{9} - C = 2244,8$$

$$SQ_{total} = \frac{66^2 + 64^2 + \dots + 79^2}{1} - C$$

Causa de variação	GL	SQD	QMD	F _{cal}	Pr
Tratamento	(11)	7495,0			
A	2	1686,7	843,25	56,81	<0.001
B	3	2244,8	748,25	50,40	<0.001
AxB	6	3563,5	593,92	40,01	<0.001
Bloco	2	722,7	361,36	24,34	<0.001
Resíduo	22	326,6	14,85		
Total	35	10.934			

CONCLUSÃO

Para todas as hipóteses H_0 não é aceito já que existe interação entre as cultivares e os manejos. Isto significa que o comportamento de um fator depende e/ou é influenciado pelos níveis do outro fator, sendo portanto dependentes.

Manejo(B)/Cultivar(A) - Manual

Tabela de dupla entrada com totais de tratamento

Cultivar	Manejo			
	1	2	3	4
1	206	220	193	188
2	205	244	243	300
3	210	337	201	220

FV	GL	SQD	QMD	F _{cal}	Pr
A/B1	2	4,67	2,33	0,16	0,855
A/B2	2	2546,00	1273,00	85,75	<0,001
A/B3	2	480,89	240,44	16,20	<0,001
A/B4	2	2218,67	1109,33	74,72	<0,001
Resíduo	22				

$$SQ_{A/B_1} = \frac{206^2 + 205^2 + 210^2}{3} - \frac{621^2}{9}$$

$$SQ_{A/B_2} = \frac{220^2 + 244^2 + 337^2}{3} - \frac{801^2}{9}$$

$$SQ_{A/B_3} = \frac{193^2 + 243^2 + 201^2}{3} - \frac{637^2}{9}$$

$$SQ_{A/B_4} = \frac{188^2 + 300^2 + 220^2}{3} - \frac{708^2}{9}$$

Notação antiga: A/B1

Atualmente recomenda-se: b1/A, b2/A, ... , b4/A

Manejo(B)/Cultivar(A) - R

Tabela de dupla entrada com totais de tratamento

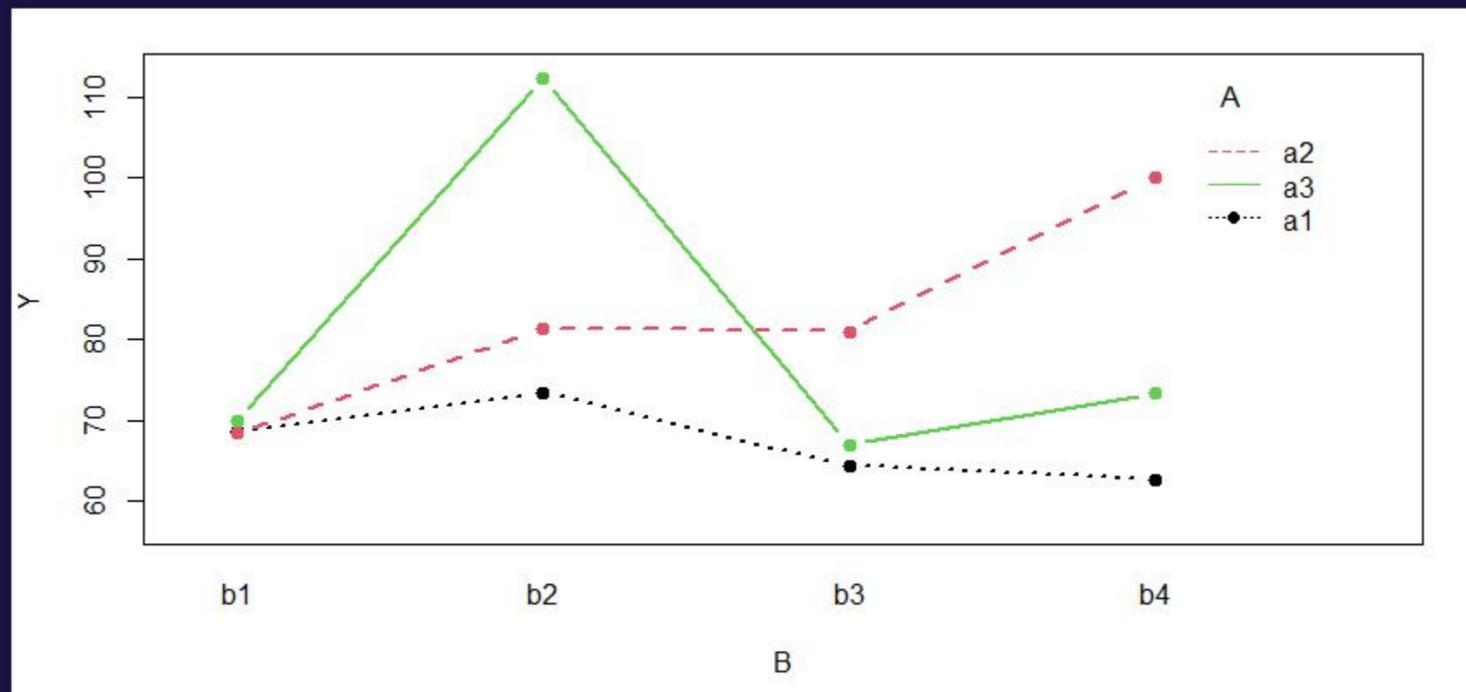
Cultivar	Manejo			
	1	2	3	4
1	206	220	193	188
2	205	244	243	300
3	210	337	201	220

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
BLO	2	723	361	24.34	2.7e-06	***
B	3	2245	748	50.40	5.0e-10	***
B:A	8	5250	656	44.21	8.6e-12	***
B:A: b1/A	2	5	2	0.16	0.86	
B:A: b2/A	2	2546	1273	85.75	4.1e-11	***
B:A: b3/A	2	481	240	16.20	4.7e-05	***
B:A: b4/A	2	2219	1109	74.72	1.6e-10	***
Residuals	22	327	15			

TUKEY (B/A) - Man(B)/Cult(A)

Cultivar	Manejo			
	1	2	3	4
1	68.67 A	73.33 C	64.33 B	62.67 C
2	68.33 A	81.33 B	81.00 A	100.00 A
3	70.00 A	112.33 A	67.00 B	73.33 B

Maiúsculas (colunas): Manejo/Cultivar (B/A)



#. B/A

#.. b1/A

b1/a3	70.00	a
b1/a1	68.67	a
b1/a2	68.33	a

#.. b2/A

b2/a3	112.33	a
b2/a2	81.33	b
b2/a1	73.33	c

#.. b3/A

b3/a2	81.00	a
b3/a3	67.00	b
b3/a1	64.33	b

#.. b4/A

b4/a2	100.00	a
b4/a3	73.33	b
b4/a1	62.67	c

$$dms = 3,56 \sqrt{\frac{14,85}{3}} = 7,92$$

Cultivar(A)/Manejo(B) - R

Cultivar	Manejo			
	1	2	3	4
1	68.67 A	73.33 C	64.33 B	62.67 C
2	68.33 A	81.33 B	81.00 A	100.00 A
3	70.00 A	112.33 A	67.00 B	73.33 B

Maiúsculas (colunas): Manejo/Cultivar (B/A)

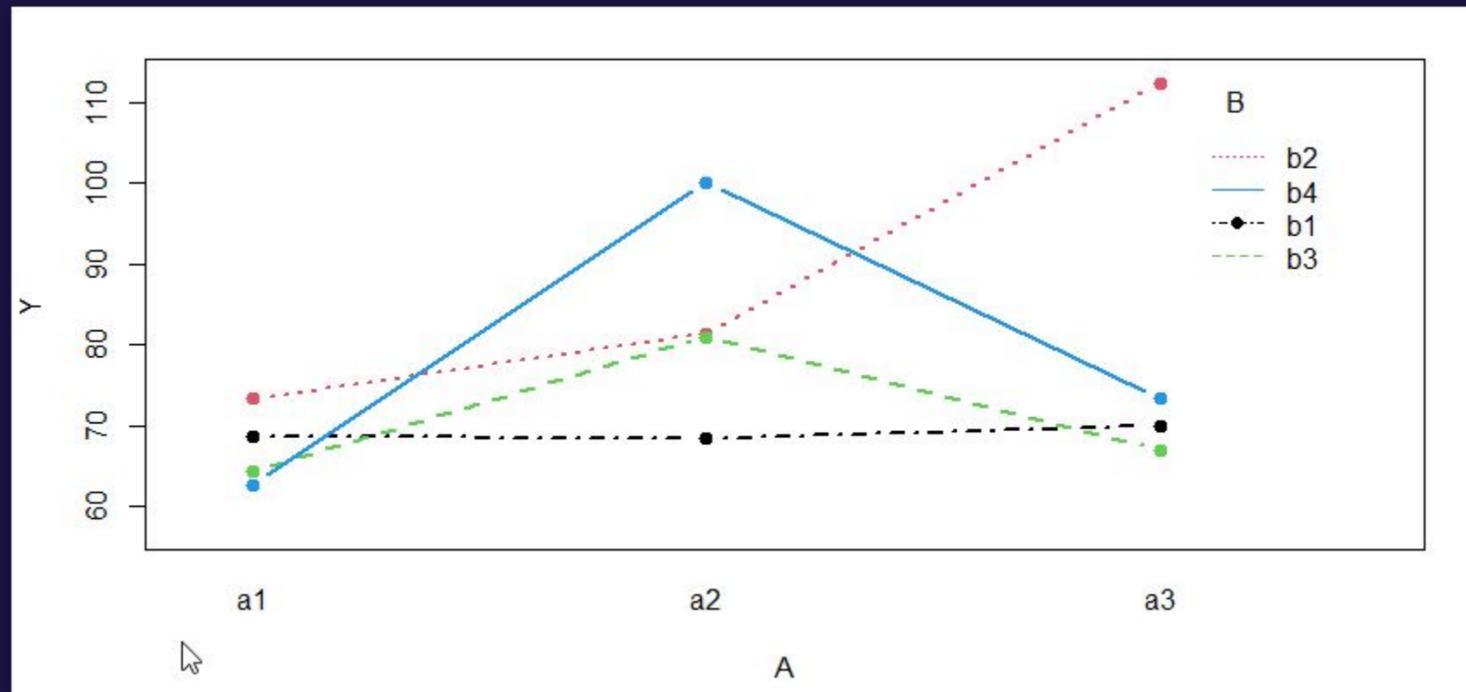
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
BLO	2	723	361	24.34	2.7e-06	***
A	2	1687	843	56.81	2.0e-09	***
A:B	9	5808	645	43.47	5.9e-12	***
A:B: a1/B	3	206	69	4.62	0.012	*
A:B: a2/B	3	1531	510	34.38	1.8e-08	***
A:B: a3/B	3	4071	1357	91.41	1.4e-12	***
Residuals	22	327	15			

TUKEY (B/A) - Cult(A)/Man(B)

Cultivar	Manejo			
	1	2	3	4
1	68.67 Aab	73.33 Ca	64.33 Bb	62.67 Cb
2	68.33 Ac	81.33 Bb	81.00 Ab	100.00 Aa
3	70.00 Ab	112.33 Aa	67.00 Bb	73.33 Bb

Maiúsculas (colunas): Manejo/Cultivar (B/A)

Minúsculas (linhas): Cultivar/Manejo (A/B)



#. A/B

#.. a1/B

a1/b2	73.33	a
a1/b1	68.67	a b
a1/b3	64.33	b
a1/b4	62.67	b

#.. a2/B

a2/b4	100.00	a
a2/b2	81.33	b
a2/b3	81.00	b
a2/b1	68.33	c

#.. a3/B

a3/b2	112.33	a
a3/b4	73.33	b
a3/b1	70.00	b
a3/b3	67.00	b

$$dms = 3,93 \sqrt{\frac{14,85}{3}} = 8,74$$

CONCLUSÃO

- Quando a interação é significativa é necessário estudar os níveis de um fator (Cultivar-A) dentro dos níveis do outro fator (Manejo-B) e vice-versa. Assim, para cada cultivar existem diferenças entre os manejos e para cada manejo existem diferenças entre os cultivares.
- Para o cultivar a1 os manejos b1 e b2 são superiores; para a2 o manejo b4 é superior e para a3 o manejo b2 é superior.
- Para o manejo b1 todos os manejos são iguais; para b2 a3 é superior e para b3 e b4 a2 é superior.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FARIA, J. C. Notas de aulas expandidas. UESC. Ilhéus – Ba.

GOMES, F.P; GARCIA, C. H. Estatística Aplicada a Experimentos Agronômicos e Florestais. Piracicaba, 2002.

AGRADECEMOS
PELA ATENÇÃO!

