

DEX083
Probabilidade e Estatística
Universidade Estadual de Santa Cruz

Medidas de posição (separatrizes)

David Santos e Laisa França

Ilhéus – BA

2024.2

Medidas de Posição (Separatrizes)

Quartis, Decis e Percentis

Medidas de Posição (Separatrizes)

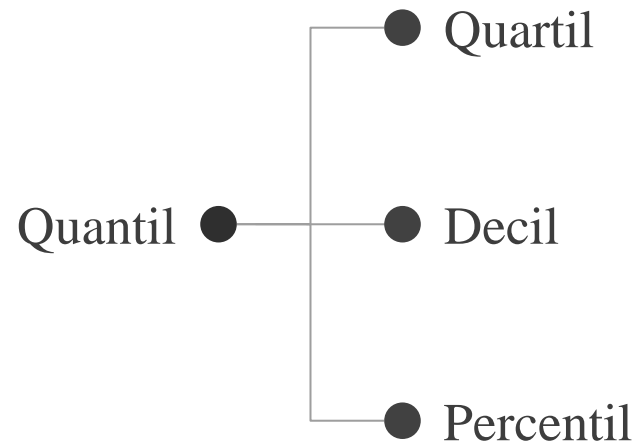
- As separatrizes são aquelas medidas que separam ou que dividem o conjunto em certo número de partes iguais. As principais separatrizes são o quartil, separa o conjunto em quatro partes iguais; o decil, em dez partes e, o percentil, em cem partes iguais.

Medidas de Posição (Separatrizes)

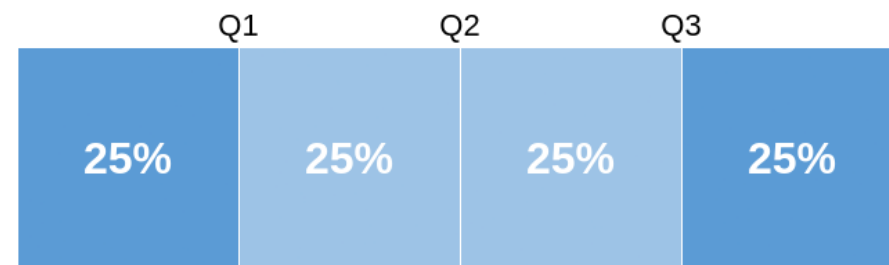
- Permitem determinar valores que particionam o rol (dados ordenados) em n partes iguais.
- Genericamente denominadas de **quantis**.

Quantis

- Termo geral que pode ser usado para qualquer fração específica da divisão de um rol.

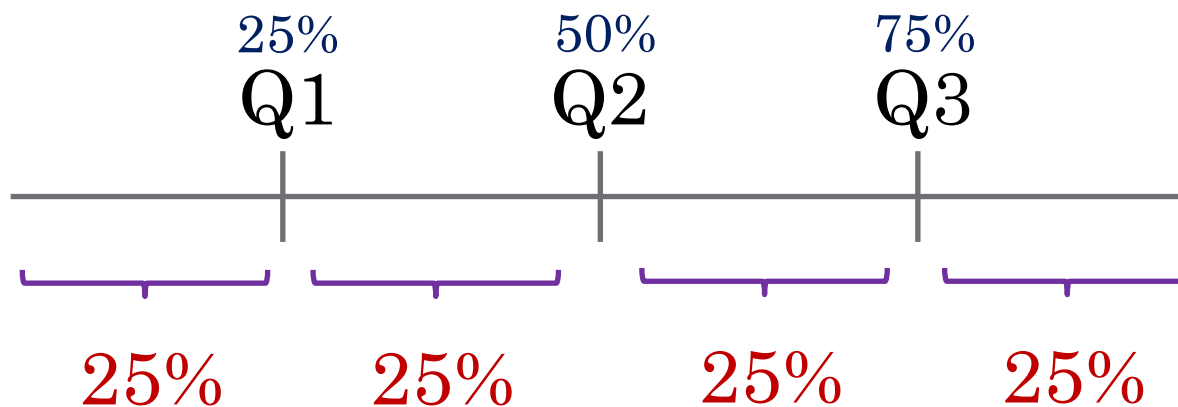


Quartis



Quartis

- Quartis são medidas separatrizes que dividem os dados de um rol em 4 grupos que contém 25% dos dados em cada.
- Não existe concordância universal quanto a método



Notação adotada: (Q) para o parâmetro e (q) para a estimativa.

Quartis

Com Dados Brutos

Para achar a posição do quartil desejado:

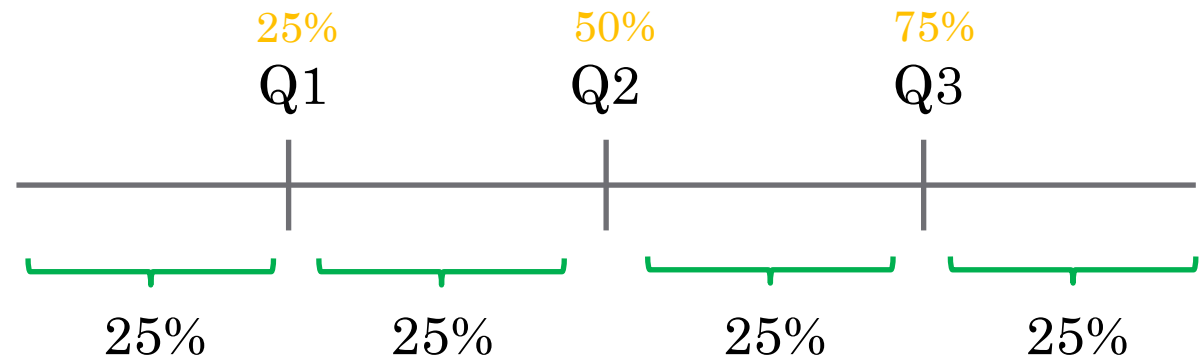
$$POS_{Qi} = \frac{i \times n}{4}$$

i: Quartil (1, 2, 3)
n: Tamanho da série

- Caso o resultado seja inteiro, o quartil é calculado pela média aritmética entre o valor encontrado naquela posição e o valor subsequente.
- Caso o contrário, aplica-se o teto ao resultado, e o quartil será o valor encontrado naquela posição.

Quartis: Exemplo 1

Com Dados Brutos



- Encontre os quartis da série:

$$Q1 = 6$$

{ 5, 6, 6, 9, 10, 13, 15 }

$$Q2 = 9$$

{ 5, 6, 6, 9, 10, 13, 15 }

$$Q3 = 13$$

{ 5, 6, 6, 9, 10, 13, 15 }

$$POS_{Q1} = \frac{1 \times 7}{4} = 1,75$$

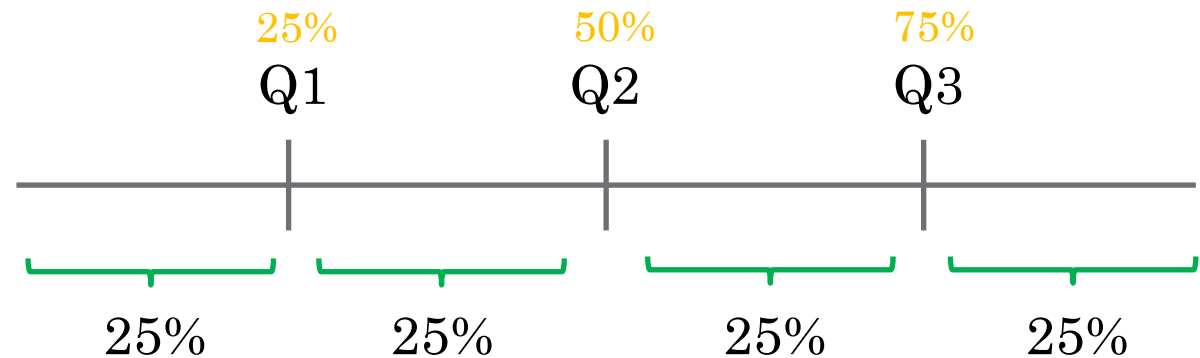
$$POS_{Q2} = \frac{2 \times 7}{4} = 3,5$$

$$POS_{Q3} = \frac{3 \times 7}{4} = 5,25$$

Quartis: Exemplo 2

Com Dados Brutos

- Encontre os quartis da série:



$$Q1 = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \quad \{ 1, 1, \textcircled{2, 3}, 5, 5, 6, 7, 9, 9, 10, 13 \} \quad POS_{Q1} = \frac{1 \times 12}{4} = 3$$

$$Q2 = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} = 5,5 \quad \{ 1, 1, 2, 3, 5, \textcircled{5, 6}, 7, 9, 9, 10, 13 \} \quad POS_{Q2} = \frac{2 \times 12}{4} = 6$$

$$Q3 = \frac{9+9}{2} = \frac{18}{2} = 9 \quad \{ 1, 1, 2, 3, 5, 5, 6, 7, \textcircled{9, 9}, 10, 13 \} \quad POS_{Q3} = \frac{3 \times 12}{4} = 9$$

Quartis

Com Variáveis Contínuas

$$Q_i = lqi + \frac{(\frac{i \times n}{4} - \sum f) \times h}{Fqi}$$

lqi : Limite inferior da classe Q_i

i : Quartil (1, 2, 3)

$\sum f$: Soma das frequências anteriores à classe Q_i

n : Tamanho da série

h : Amplitude da classe Q_i

Fqi : Frequência da classe Q_i

Quartis: Exemplo

Com Variáveis Contínuas

- Encontre os quartis Q1 e Q2:

$$q1 \in \frac{1 \times 40}{4} = 10$$

lqi : Limite inferior da classe Q_i

i : Quartil (1, 2, 3)

Σf : Soma das frequências anteriores à classe Q_i

n : Tamanho da série

h : Amplitude da classe Q_i

Fqi : Frequência da classe Q_i

Idades	50 - 54	54 - 58	58 - 62	62 - 66	66 - 70	70 - 74
f_i	4	9	11	8	5	3
f_a	4	13	24	32	37	40

$$Q1 = lqi + \frac{\left(\frac{i \times n}{4} - \Sigma f\right) \times h}{Fqi} = 54 + \frac{(10 - 4) \times 4}{9} = 54 + \frac{24}{9} = 56,66$$

Quartis: Exemplo

Com Variáveis Contínuas

- Encontre os quartis Q1 e Q2:

$$q2 \in \frac{2 \times 40}{4} = 20$$

lqi : Limite inferior da classe Q_i

i : Quartil (1, 2, 3)

$\sum f$: Soma das frequências anteriores à classe Q_i

n : Tamanho da série

h : Amplitude da classe Q_i

Fqi : Frequência da classe Q_i

Idades	50 + 54	54 + 58	58 + 62	62 + 66	66 + 70	70 + 74
fi	4	9	11	8	5	3
fa	4	13	24	32	37	40

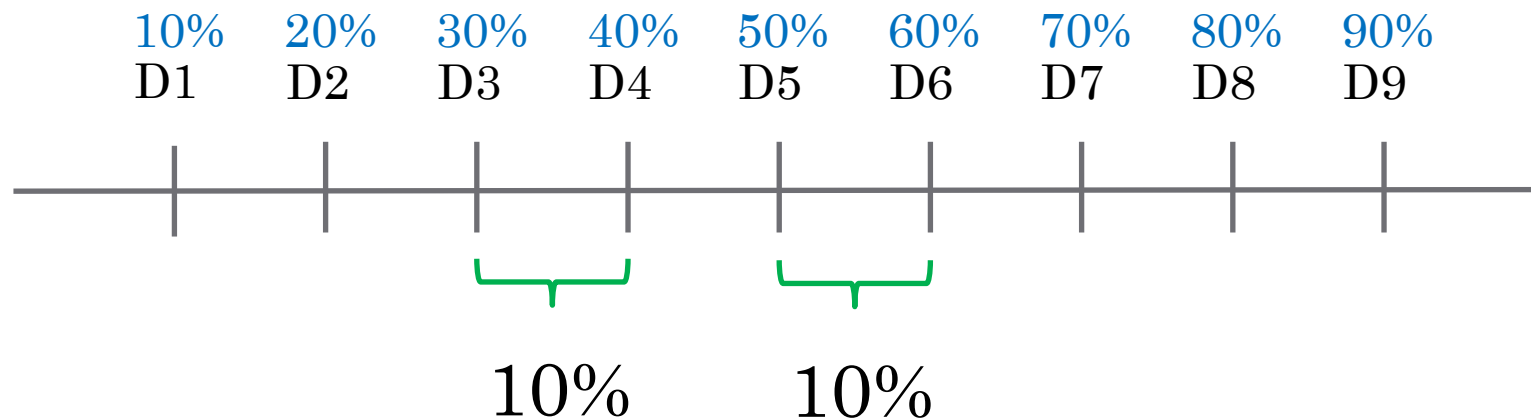
$$Q2 = lqi + \frac{\left(\frac{i \times n}{4} - \sum f\right) \times h}{Fqi} = 58 + \frac{(20 - 13) \times 4}{11} = 58 + \frac{28}{11} = 60,54$$

Decis

[illegible]

Decis

- Decis são medidas separatrizes que dividem os dados de um rol em 10 grupos que contém 10% dos dados em cada.
- Notação adotada: (D) para o parâmetro e (d) para a estimativa.



Decis

Com Dados Brutos

- Para achar a posição do decil desejado:

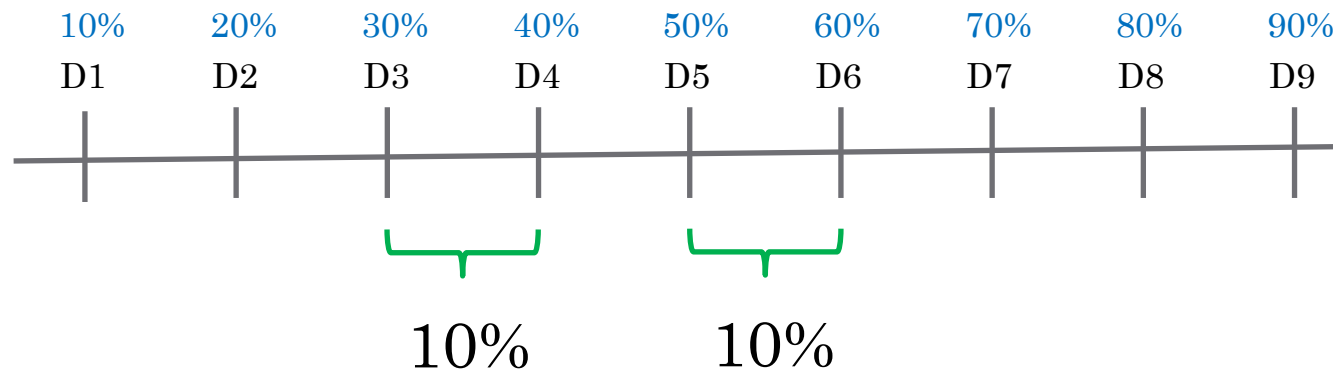
$$POS_{Di} = \frac{i \times n}{10}$$

i : Decis (1, 2, ... , 9)
 n : Tamanho da série

- Caso o resultado seja inteiro, o decil é calculado pela média aritmética entre o valor encontrado naquela posição e o valor subsequente.
- Caso contrário, aplica-se o teto ao resultado, e o decil será o valor encontrado naquela posição.

Decis: Exemplo 1

Com Dados Brutos



- Encontre os decis D2, D5, D7 da série:

{ 1, 3, 5, 6, 6, 9, 10, 13, 15, 20, 22, 24, 25, 29, 31, 31, 39, 40, 55, 90, 91 }

{ 1, 3, 5, 6, 6, 9, 10, 13, 15, 20 }

{ 24, 25, 29, 31, 31, 39, 40, 55, 90, 91 }

$$D2 = 6$$

$$POS_{D2} = \frac{2 \times 21}{10} = 4,2$$

$$D5 = 22$$

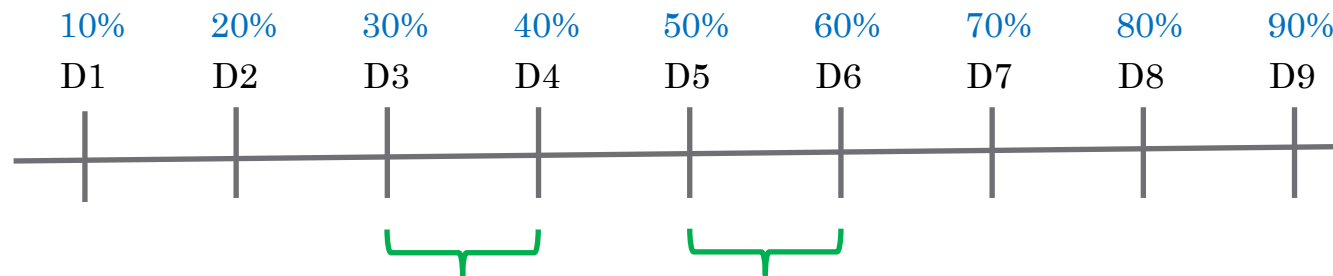
$$POS_{D5} = \frac{5 \times 21}{10} = 10,5$$

$$D7 = 31$$

$$POS_{D7} = \frac{7 \times 21}{10} = 14,7$$

Decis: Exemplo 2

Com Dados Brutos



- Encontre os decis D2, D5, D7 da série:

{ 1, 3, 5, 6, 6, 9, 10, 13, 15, 20, 22, 24, 25, 29, 31, 31, 39, 40, 55, 90 }

$$D2 = \frac{6+6}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$D5 = \frac{20+22}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

$$D7 = \frac{29+31}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

$$POS_{D2} = \frac{2 \times 20}{10} = 4$$

$$POS_{D5} = \frac{5 \times 20}{10} = 10$$

$$POS_{D7} = \frac{7 \times 20}{10} = 14$$

Decis

Com Variáveis Contínuas

$$Di = ldi + \frac{(\frac{i \times n}{10} - \Sigma f) \times h}{Fdi}$$

ldi: Limite inferior da classe Di

i: Decis (1, 2, ... , 9)

Σf : Soma das frequências anteriores à classe Di

n: Tamanho da série

h: Amplitude da classe Di

Fdi: Frequência da classe Di

Decis: Exemplo

Com Variáveis Contínuas

- Encontre o decil D3:

$$d3 \in \frac{3 \times 40}{10} = 12$$

ldi: Limite inferior da classe Di

i: Decis (1, 2, ..., 9)

Σf : Soma das frequências anteriores à classe Di

n: Tamanho da série

h: Amplitude da classe Di

Fdi: Frequência da classe Di

Idades	50 ┆ 54	54 ┆ 58	58 ┆ 62	62 ┆ 66	66 ┆ 70	70 ┆ 74
<i>f_i</i>	4	9	11	8	5	3
<i>f_a</i>	4	13	24	32	37	40

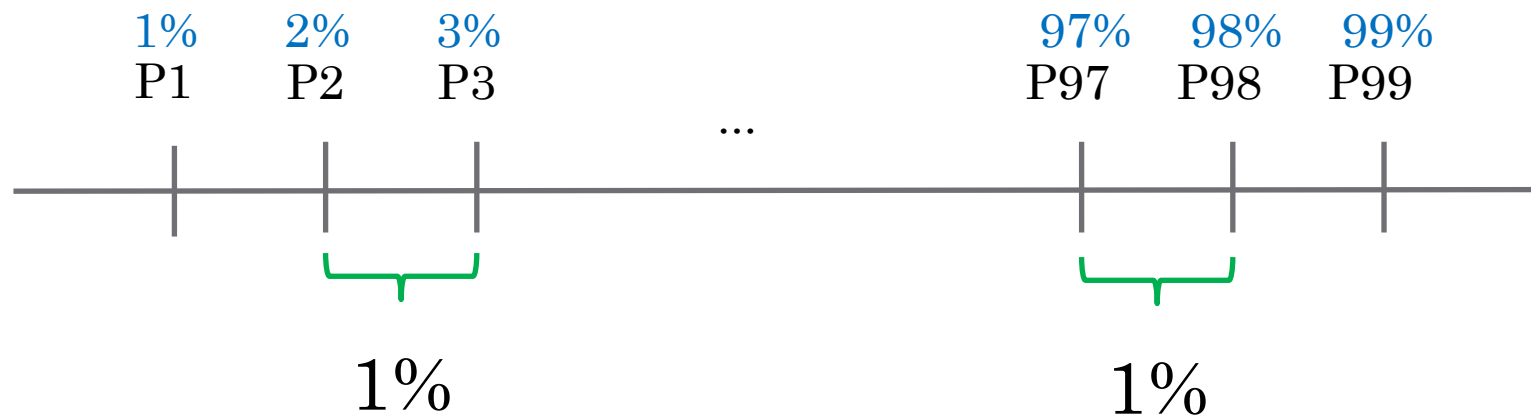
$$D_i = ldi + \frac{\left(\frac{i \times n}{10} - \Sigma f\right) \times h}{Fdi} = 54 + \frac{(12 - 4) \times 4}{9} = 54 + \frac{32}{9} = 57,55$$

Percentis

P1	P2	P3	P4	P5	P95	P96	P97	P98	P99
1%	1%	1%	1%	1%	...	1%	1%	1%	1%

Percentis

- Percentis são medidas separatrizes que dividem os dados de um rol em 100 grupos que contém 1% dos dados em cada.
- Notação adotada: (P) para o parâmetro e (p) para a estimativa.



Percentis

Com Dados Brutos

- Para achar a posição do percentil desejado:

$$POS_{Pi} = \frac{i \times n}{100}$$

i: Percentis (1, 2, ... , 98, 99)
n: Tamanho da série

- Caso o resultado seja inteiro, o percentil é calculado pela média aritmética entre o valor encontrado naquela posição e o valor subsequente.
- Caso contrário, aplica-se o teto ao resultado, e o percentil será o valor encontrado naquela posição.

Percentis: Exemplo

Com Dados Brutos

Em uma seleção para determinada vaga de emprego a empresa pretende levar para próxima etapa, candidatos com pontuações acima de 70% (30% melhores) percentil, de acordo com as notas abaixo:

31 31 37 40 48 50 51 51 60 62 64 65 65 65 66 74 74 88 91 92

$$POS_{P70} = \frac{70 \times 20}{100} = 14$$

$$P70 = \frac{65+66}{2} = \frac{131}{2} = 65,5$$

$$P70 = 65,5$$

Percentis

Com Variáveis Contínuas

$$P_i = l_{pi} + \frac{(\frac{i \times n}{100} - \sum f) \times h}{F_{pi}}$$

l_{pi}: Limite inferior da classe P_i

i: Percentis (1, 2, ... , 98, 99)

$\sum f$: Soma das frequências anteriores à classe P_i

n: Tamanho da série

h: Amplitude da classe P_i

F_{pi}: Frequência da classe P_i

Percentis

Com Variáveis Contínuas

Calcular P_{75} , na seguinte distribuição dos salários (em salários mínimos) para uma amostra de 20 funcionários.

Salários	4 + 8	8 + 12	12 + 16	16 + 20	20 + 24
fi	5	7	4	2	2
fa	5	12	16	18	20

$$POS_{P_{75}} = \frac{75 \times 20}{100} = 15$$

Percentis

Com Variáveis Contínuas

Calcular P_{75} , na seguinte distribuição dos salários (em salários mínimos) para uma amostra de 20 funcionários.

Salários	4 + 8	8 + 12	12 + 16	16 + 20	20 + 24
f_i	5	7	4	2	2
f_a	5	12	16	18	20

$$P_i = l_{pi} + \frac{\left(\frac{i \times n}{100} - \sum f\right) \times h}{F_{pi}}$$

$$P_{75} = 12 + \frac{(15 - 12) \times 4}{4} = 12 + \frac{12}{4} = 12 + 3 = 15$$

l_{di} : Limite inferior da classe P_i

i : Percentis (1, 2, ..., 98, 99)

$\sum f$: Soma das frequências anteriores à classe D_i

n : Tamanho da série

h : Amplitude da classe P_i

F_{pi} : Frequência da classe P_i

Muito Obrigado!



Referências

FARIA, José. **Notas de aulas expandidas: CET 018 – Elementos de estatística**, UESC. Disponível em: http://nbcgib.uesc.br/lec/download/faria/apostilas/CET018_10ed_1pf.pdf. Acesso em: 06 nov. 2024.

SEARA, Italo; Prado, Gabriel; LUIGE, Lucas. **Medidas de Posição (Separatrizes)**. Disponível em: https://lec.pro.br/download/faria/seminarios/aed_meps.zip. Acesso em: 15 out. 2024.

SILVA, Jorge; FERNANDES, Maria; ALMEIDA, Rosa. **Estatística e Probabilidade**. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/554261/2/Livro%20Estatistica%20e%20Probabilidade%20.pdf>. Acesso em: 22 out. 2024.

SILVA, Kaique; VARELA, Nilo; GUIMARÃES, Ellison. **Medidas Estatísticas**. Disponível em: https://lec.pro.br/download/faria/seminarios/aed_metc_pos.zip. Acesso em: 15 out. 2024.

Wikipédia. **Quartil**. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Quartile>. Acesso em: 16 out. 2024.